



Tema: Estruturas de Aço e Mistas de Aço e Concreto

## **CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS EM VIGAS DE AÇO COM ABERTURAS NA ALMA\***

José Carlos Lopes Ribeiro<sup>1</sup>  
Gustavo de Souza Veríssimo<sup>1</sup>  
José Luiz Rangel Paes<sup>2</sup>  
Ricardo Hallal Fakury<sup>3</sup>

### **Resumo**

No projeto de sistemas de piso com estrutura de aço, a determinação da flecha de vigas com aberturas é complexa e pode requerer análise numérica avançada via Método dos Elementos Finitos. Este trabalho propõe um modelo semi-empírico capaz de estimar com boa precisão a flecha de vigas de aço com aberturas na alma, ajustado por regressão a partir de resultados de simulações numéricas via MEF. O modelo proposto, obtido por ajustamento estatístico, mostrou boa correlação com os resultados numéricos e é de fácil utilização prática. É apresentado um exemplo de cálculo da flecha de uma viga de aço com aberturas na alma, evidenciando a aplicabilidade do modelo semi-empírico proposto.

**Palavras-chave:** Flecha; Aberturas na alma; Vigas de aço; Modelo.

## **DEFLECTIONS IN STEEL BEAMS WITH WEB OPENINGS**

### **Abstract**

In the design of steel beams with web openings the determination of deflections is complex and may require advanced numerical analysis via FEM. This paper presents the development of a semi-empirical model for determining the deflection suffered by steel beams with web openings, adjusted by regression analysis from results obtained by numerical simulations via FEM. The model shows good correlation with numerical results and is easy to use in practice. An example of deflection calculation in a steel beam with web openings is presented, showing the applicability of the semi-empirical model proposed.

**Keywords:** Deflections; Web Openings; Steel Beams; Model.

<sup>1</sup> Doutor em Engenharia da Estruturas, Professor Adjunto do DEC/UFV\*\*

<sup>2</sup> Doutor em Engenharia da Construção, Professor Associado do DEC/UFV \*\*

<sup>3</sup> Doutor em Engenharia de Estruturas, Professor Titular do DEES/UFMG\*\*\*

\*\* Depto de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, 36570-000, Viçosa, Minas Gerais, Brasil.

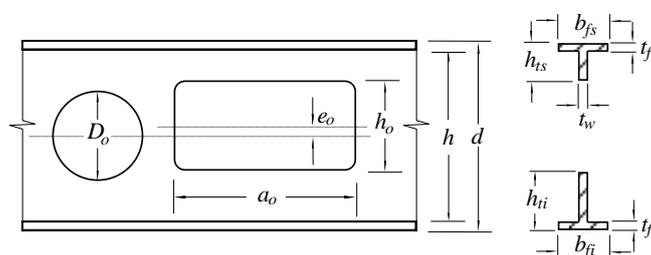
\*\*\* Depto de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, 31270-901, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil.

\* Contribuição técnica ao **Construmetal 2014** – Congresso Latino-Americano da Construção Metálica – 02 a 04 de setembro de 2014, São Paulo, SP, Brasil.

## 1 INTRODUÇÃO

Nas estruturas metálicas dos sistemas de piso de edifícios, tem se tornado cada vez mais comum fazer aberturas na alma dos perfis I para possibilitar a passagem de dutos das instalações da edificação. Dessa forma, as instalações são integradas com a estrutura, reduzindo-se o espaço vertical necessário por pavimento e a altura total do edifício. A motivação para isso pode ser econômica ou legal. No primeiro caso, o objetivo é a redução do volume da edificação, com conseqüente redução do consumo de materiais nas paredes, de revestimentos, de área de pintura, etc., resultando em menores custos de execução, de operação e de manutenção. No segundo, o objetivo é atender à legislação, que, eventualmente, limita a altura da edificação, viabilizando-se certos arranjos arquitetônicos e até a criação de novos pavimentos sem contrariar o gabarito de construção do município. Em ambos os casos, a solução propicia um melhor aproveitamento do espaço.

Na Figura 1 são apresentados os elementos geométricos típicos de uma abertura na alma de um perfil I de aço e suas designações. As aberturas podem ser concêntricas ou excêntricas em relação à semialtura da seção transversal da viga.



**Figura 1: Elementos de uma abertura na alma de um perfil I.**

A presença de aberturas na alma de uma viga de aço pode modificar seus modos de colapso, bem como reduzir sua capacidade resistente e sua rigidez, e exigir reforço especial [1].

Grande parte da pesquisa teórico-experimental sobre as vigas com aberturas na alma foi realizada nos Estados Unidos, tendo sido compilada e publicada por David Darwin, em 1990 [2]. Esse trabalho, posteriormente, deu origem ao Design Guide No.2 do AISC [3]. Embora essas publicações proponham formulações interessantes para a determinação da capacidade resistente de vigas com aberturas, ainda não se dispõe de um modelo analítico ou semi-empírico simples para o cálculo dos deslocamentos sofridos por estas vigas.

O objetivo deste trabalho foi ajustar um modelo semi-empírico a partir de resultados obtidos de simulações numéricas com modelos de elementos finitos, capaz de estimar a flecha de uma viga com uma ou várias aberturas na alma de maneira simples [4].

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 Generalidades

Para que fosse possível ajustar um modelo semi-empírico, capaz de estimar a flecha de uma viga de aço biapoiada com uma ou algumas aberturas na alma, era necessário obter um conjunto de resultados de flechas de vigas com diversas configurações de aberturas na alma.

Para isso foi elaborado um modelo numérico, utilizando-se o software ABAQUS [5], capaz de calcular o deslocamento vertical sofrido no centro do vão por uma viga de aço em perfil I, biapoiada, com aberturas na alma e sujeita a um carregamento uniformemente distribuído.

A hipótese do carregamento uniformemente distribuído foi adotada porque corresponde à maioria dos casos práticos de vigas de sistemas de piso, as quais quase sempre estão suportando uma laje ou uma parede sobre si. Outra situação relativamente comum é a das vigas principais, que recebem as reações de vigas secundárias. Nestes casos, embora as cargas atuantes na viga sejam concentradas em determinados pontos, normalmente elas são espaçadas de tal forma que produzem uma distribuição de momento fletor e de força cortante não muito diferente da de uma viga biapoiada com carregamento uniformemente distribuído.

A verificação da flecha está relacionada a carregamento de serviço, situação para a qual a viga trabalha em regime elástico. Assim, o mesmo perfil foi simulado para um carregamento qualquer, uniformemente distribuído, com e sem aberturas, com os apoios rotulados, para possibilitar posteriormente o cálculo da relação entre a flecha da viga com abertura(s) e a flecha da viga sem abertura(s), da forma

$$\frac{f_0}{f} \quad (1)$$

onde:  $f_0$  é a flecha da viga com uma ou mais aberturas;

$f$  é a flecha da mesma viga sem aberturas, dada por

$$f = \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} \quad (2)$$

## 2.2 Características do modelo numérico

O modelo numérico foi discretizado utilizando-se elementos do tipo S8R do ABAQUS, um elemento de casca quadrilateral com 8 nós e integração reduzida. Uma análise de sensibilidade de malha demonstrou que elementos com lados de aproximadamente 4 cm forneciam precisão adequada para o problema da determinação dos deslocamentos da viga (Figura 2).

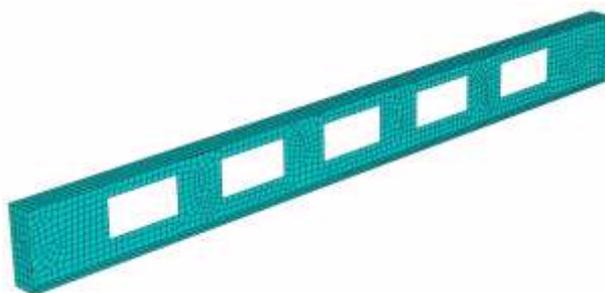


Figura 2: Aspecto da malha utilizada nos modelos.

Para representar o aço foi adotado um modelo constitutivo elástico linear.

Simulando as condições de apoio de uma viga biapoiada, os graus de liberdade de alguns elementos em ambas as extremidades da viga foram restringidos de modo a impedir a rotação em relação ao eixo longitudinal (vínculo de garfo) e a translação vertical. Além disso, também foi impedida a translação longitudinal de uma das extremidades da viga.

Foram modelados enrijecedores de alma nos apoios, com a mesma espessura da alma, para evitar deformação localizada nessa região em função da reação de apoio.

### 2.3 Definição dos parâmetros para o estudo

Para a definição dos parâmetros a serem variados no estudo, foram selecionadas algumas variáveis que, sabidamente, influenciam no comportamento de uma viga com abertura na alma, a saber:

- a relação entre o vão da viga e a altura da seção do perfil de aço ( $L/d$ );
- a relação entre a altura da abertura e a altura da seção do perfil de aço ( $h_o/d$ );
- o número de aberturas ao longo da viga ( $n$ );
- um fator ( $\alpha$ ) relacionado à forma da abertura (circular, quadrada ou retangular);
- um fator ( $I_0$ ) que relaciona a inércia da abertura com a inércia da seção do perfil de alma cheia (Eq. 5).

Visando cobrir todo o espectro de esbeltez de alma para as séries de perfis laminados fabricados no Brasil, foram testados três perfis da série W460 da Gerdau-Açominas [6], conforme mostrado na Tabela 1.

**Tabela 1: Perfis utilizados nas análises**

Perfil	$t_w$ (mm)	$\lambda_w = h/t_w$
W460x52	7,6	56,37
W460x82	9,9	43,23
W460x106	12,6	33,95

### 2.4 Planejamento das simulações

Para cada perfil listado na Tabela 1 foram simulados modelos para três relações  $L/d$ , três tamanhos de aberturas e vigas com uma, três e cinco aberturas, como mostrado na Tabela 2.

No total, foram 9 casos para cada relação  $L/d$ , 27 casos por perfil estudado, 81 casos por série, mais 9 casos de vigas de alma cheia, resultando em 252 vigas analisadas no total.

Numa primeira série de simulações, cada viga foi processada contendo cinco, três e uma aberturas, respectivamente, conforme mostrado na Figura 3.

**Tabela 2 – Planejamento das simulações.**

Para cada perfil estudado	$L/d = 10$	$h_o/d = 0,3$	$n = 1, 3, 5$
		$h_o/d = 0,5$	$n = 1, 3, 5$
		$h_o/d = 0,7$	$n = 1, 3, 5$
	$L/d = 15$	$h_o/d = 0,3$	$n = 1, 3, 5$
		$h_o/d = 0,5$	$n = 1, 3, 5$
		$h_o/d = 0,7$	$n = 1, 3, 5$
	$L/d = 20$	$h_o/d = 0,3$	$n = 1, 3, 5$
		$h_o/d = 0,5$	$n = 1, 3, 5$
		$h_o/d = 0,7$	$n = 1, 3, 5$

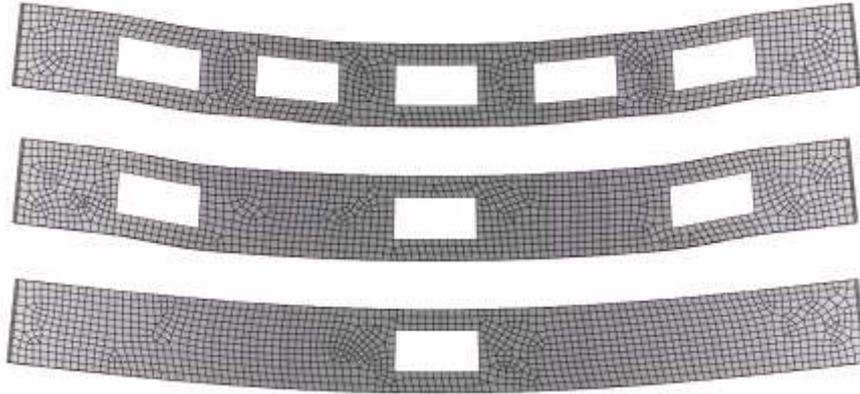


Figura 3: Aspecto da deformada para diferentes números de aberturas na viga.

### 2.5 Abordagem para a definição do modelo semi-empírico

Visando criar uma equação de simples utilização, estudou-se um modelo da forma

$$f_0 = f(1 + m) \quad (3)$$

onde  $m$  é um multiplicador que leva em conta as influências dos parâmetros estudados, conforme a Equação (4).

$$f_0 = f \left[ 1 + x_1 \left( \frac{d}{L} \right)^{x_2} \left( \frac{h_0}{d} \right)^{x_3} \left( \frac{n}{\alpha} \right)^{x_4} (1 - I_o)^{x_5} \right] \quad (4)$$

Na Equação (4),  $\alpha$  é um fator de forma, adimensional, que relaciona a geometria da abertura (circular, quadrada ou retangular) e  $I_o$  é dado por

$$I_o = \frac{t_w h_o^3}{d^2 b_f t_f} \quad (5)$$

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com os resultados obtidos das análises numéricas, foi feita uma análise de regressão com base no Método dos Mínimos Quadrados, para minimizar simultaneamente o somatório dos quadrados dos erros e o erro percentual máximo. Dessa análise obteve-se as constantes  $x_1, \dots, x_5$  e o parâmetro  $\alpha$  para aberturas retangulares, quadradas e circulares, conforme abaixo.

$$f_0 = f \left[ 1 + 18065 \left( \frac{d}{L} \right)^{3,56} \left( \frac{h_0}{d} \right)^{7,59} \left( \frac{n}{\alpha} \right)^{1,83} (1 - I_o)^{0,319} \right] \quad (6)$$

onde  $\alpha = 1,0$  para aberturas retangulares;  
 $\alpha = 2,9$  para aberturas quadradas;  
 $\alpha = 4,5$  para aberturas circulares.

O modelo de regressão da Equação (6) apresentou coeficiente de determinação ajustado  $\bar{R}^2 = 0,963$  e coeficiente de variação igual a 4,6%. O coeficiente de determinação ajustado é dado por

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-(v+1)} (1-R^2) \quad (7)$$

Na Equação (7),  $n$  é o número de amostras,  $v$  é o número de variáveis explicativas (que para este estudo foram cinco), e  $R^2$  é o coeficiente de determinação, dado por

$$R^2 = 1 - \frac{SQ_{res}}{SQ_{tot}} \quad (8)$$

onde:

$SQ_{res}$  é a soma dos quadrados dos resíduos, dada por

$$SQ_{res} = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (9)$$

$SQ_{tot}$  é a soma total dos quadrados dos resíduos, dada por

$$SQ_{tot} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (10)$$

$y_i$  é o valor observado;

$\bar{y}$  é a média das observações;

$\hat{y}_i$  é o valor estimado (previsão) de  $y_i$ .

Na Figura 4 são apresentados os erros percentuais do modelo de regressão (Eq. 6) em relação aos resultados numéricos.

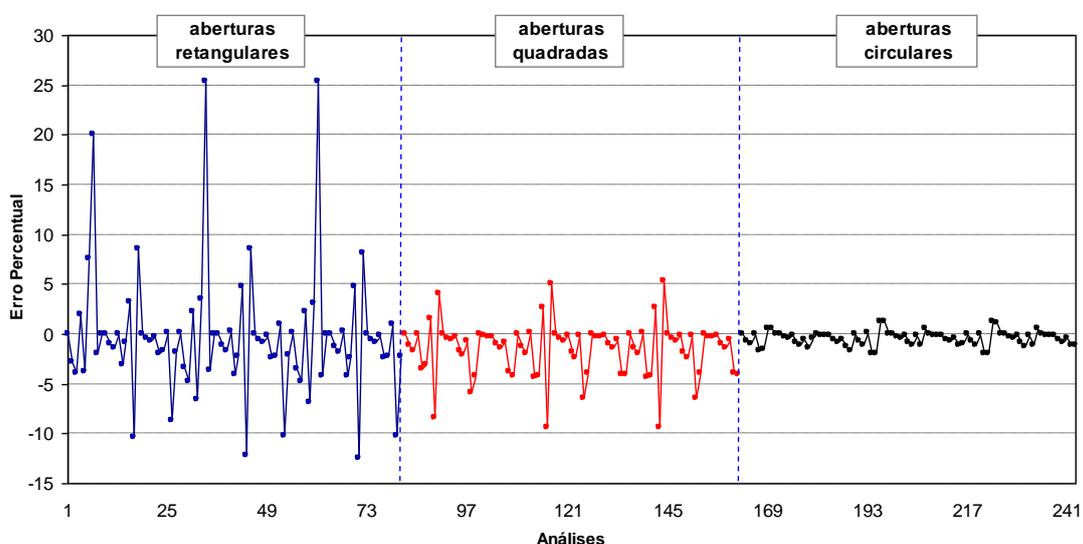


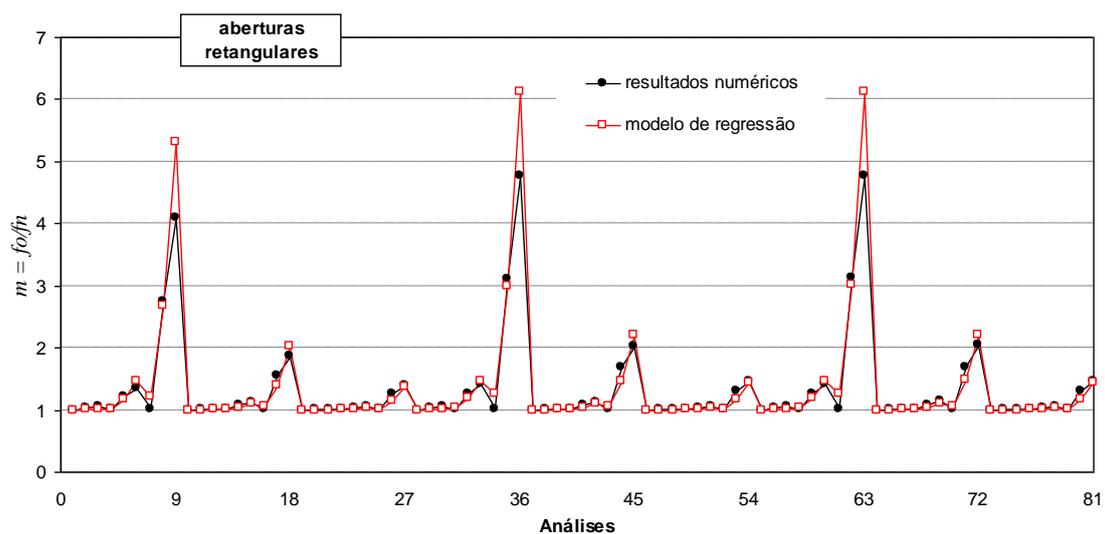
Figura 4: Erro percentual do modelo de regressão em relação aos resultados numéricos.



Observando a Figura 4, nota-se que para as aberturas circulares o modelo apresenta um ajustamento excelente. Para aberturas quadradas, o erro máximo ficou quase sempre na faixa de  $\pm 5\%$ . Para as aberturas retangulares, o erro máximo em boa parte dos casos ficou na faixa de  $\pm 5\%$ , chegando à faixa de  $\pm 10\%$  em alguns casos e em apenas 3 casos, do total de 81 análises com aberturas retangulares, o erro chega à faixa entre 20% e 25%. Coincidentemente, estes três casos singulares correspondem a vigas com uma única abertura retangular no centro do vão com  $h_o/d = 0,7$ . Em análises realizadas, observou-se que caso a abertura seja deslocada do centro do vão em direção a um dos apoios, a flecha da viga aumenta devido ao efeito Vierendeel influenciado pela força cortante. Dessa forma, o modelo de regressão apresenta maior precisão para aberturas retangulares distantes do centro do vão e produz resultados conservadores para grandes aberturas retangulares na região do centro do vão. De modo geral, considera-se que o modelo produz resultados bastante acurados, que podem ser considerados para efeito prático de verificações de projeto em vigas de aço com aberturas na alma.

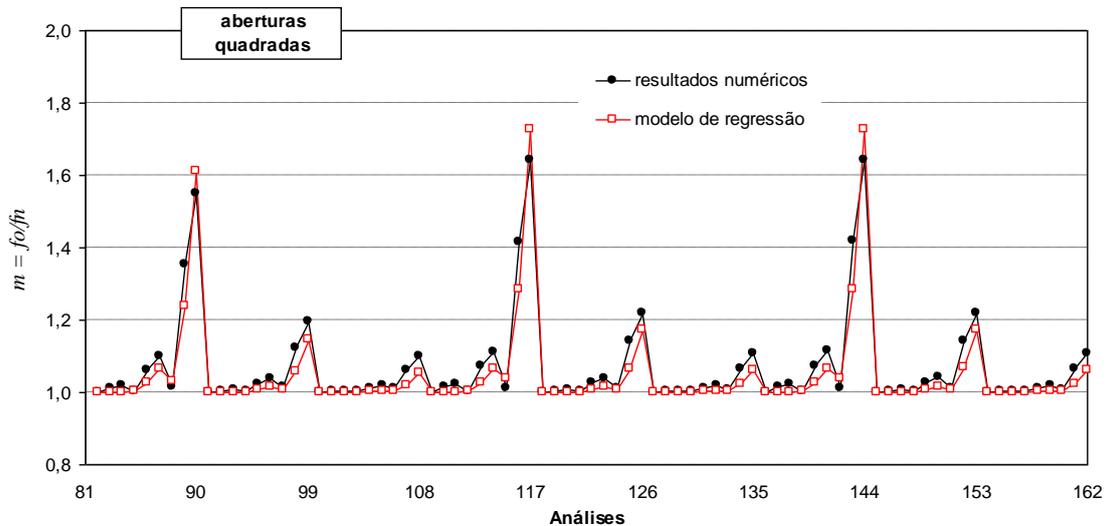
Nas Figuras 5, 6 e 7 são apresentados graficamente os resultados obtidos com o modelo numérico e com o modelo de regressão para a relação ( $m$ ) entre a flecha da viga com abertura(s) ( $f_o$ ) e a flecha da viga sem abertura ( $f_n$ ).

Na Figura 5 pode-se observar os resultados obtidos para as vigas com aberturas retangulares estudadas. Nota-se que o modelo de regressão é capaz de estimar o acréscimo de flecha na viga com abertura(s), em relação à viga de alma cheia, com boa precisão e que, na grande maioria dos casos, a presença de uma ou mais aberturas produz pouca alteração nos deslocamentos sofridos pela viga.



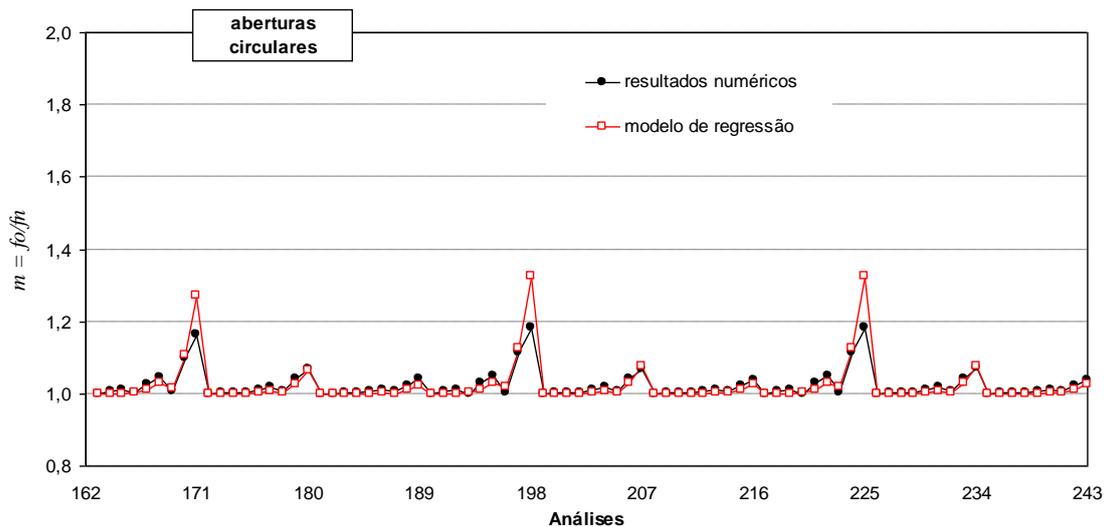
**Figura 5: Relação entre a flecha na viga com aberturas retangulares e a flecha na viga equivalente de alma cheia**

Na Figura 6 são apresentados os resultados obtidos para as vigas com aberturas quadradas estudadas e na Figura 7 são apresentados os resultados obtidos para as vigas com aberturas circulares. Novamente o modelo de regressão estima o acréscimo de flecha na viga com abertura(s) em relação à viga de alma cheia com boa precisão.



**Figura 6: Relação entre a flecha na viga com aberturas quadradas e a flecha na viga equivalente de alma cheia**

Os resultados das simulações numéricas demonstram que as aberturas retangulares são as que causam maior perturbação no comportamento da viga. As aberturas circulares são as que menos afetam o comportamento da viga.



**Figura 7: Relação entre a flecha na viga com aberturas circulares e a flecha na viga equivalente de alma cheia**

De modo geral, como se pode observar nas Figuras 5, 6 e 7, as aberturas causam pouco acréscimo nos deslocamentos em relação à flecha da viga sem aberturas. Não obstante, no caso das aberturas retangulares, dependendo do tamanho das aberturas e de sua quantidade, os deslocamentos podem aumentar de 2 a 4 vezes.

#### 4 EXEMPLO

Deseja-se calcular a flecha de uma viga de aço birrotulada com vão  $L = 6$  m, constituída por um perfil I laminado W460×52 com altura ( $d$ ) igual a 450 mm, largura das mesas ( $b_f$ ) igual a 152 mm, espessura das mesas ( $t_f$ ) igual a 10,8 mm e espessura da alma ( $t_w$ ) igual a 7,6 mm, contendo duas aberturas retangulares com dimensões de 540×270 mm, não reforçadas, como representado na Figura 8. A viga encontra-se submetida a uma carga de serviço uniformemente distribuída  $q = 21,6$  kN/m.

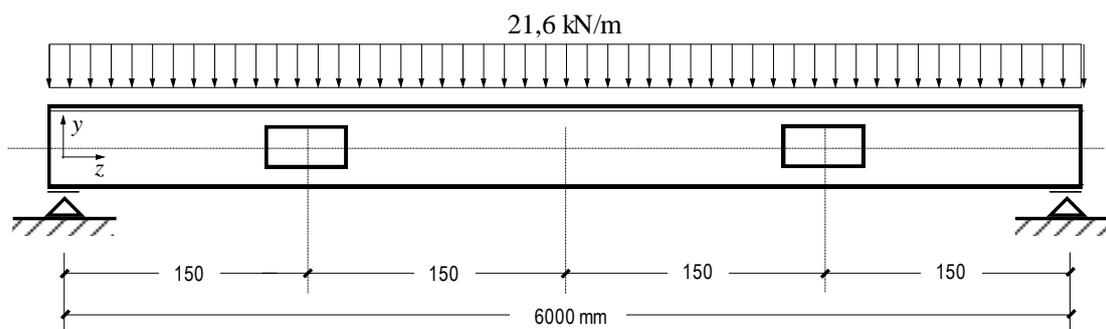


Figura 8: Esquema da viga do exemplo

Cálculo da flecha da viga sem aberturas:

$$f = \frac{5}{384} \frac{21,6/1000 \times 6000^4}{200 \times 213697400} = 8,5 \text{ mm}$$

Número de aberturas  $n = 2$

Aberturas retangulares:  $\alpha = 1,0$

$$I_o = \frac{7,6 \times 270^3}{450^2 \times 152 \times 10,8} = 450 \times 10^{-3}$$

Cálculo da flecha da viga com aberturas:

$$f_o = 8,5 \left[ 1 + 18065 \left( \frac{450}{6000} \right)^{3,56} \left( \frac{270}{450} \right)^{7,59} \left( \frac{2}{1,0} \right)^{1,83} \left( 1 - 450 \times 10^{-3} \right)^{0,319} \right] = 9,4 \text{ mm}$$

Neste caso, as duas aberturas retangulares de 540×270 mm foram responsáveis por um acréscimo de cerca de 11% na flecha da viga sem aberturas.



## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho apresentou-se o desenvolvimento de um modelo semi-empírico para o cálculo da flecha em vigas de aço com aberturas na alma. Para ajustar estatisticamente o modelo semi-empírico, foram utilizados os resultados de 252 casos de vigas simuladas numericamente com modelos de elementos finitos.

Nas análises numéricas realizadas, diversos parâmetros que afetam as deformações das vigas com aberturas foram variados, com o objetivo de produzir resultados para posterior ajuste de um modelo de regressão.

O modelo proposto pode ser aplicado a vigas em perfil I duplamente simétrico com aberturas na alma sem reforço ou com reforço constituído por chapas planas soldadas na alma acima e abaixo da abertura, conforme recomendado no Design Guide 2 do AISC [3]. Conservadoramente também pode ser aplicado a vigas mistas de sistemas de piso de edifícios, uma vez que a rigidez da viga mista é um pouco maior do que a rigidez da viga de aço isolada. A equação obtida apresentou boa correlação com os resultados dos experimentos numéricos e é útil para o cálculo prático de flechas em vigas com aberturas na alma, cuja análise rigorosa é muito trabalhosa, dispensando o uso de modelos numéricos avançados.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG, à CAPES, ao CNPq e à Universidade Federal de Viçosa pelo apoio para a realização deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- 1 Veríssimo, G. S; Fakury, R. H. ; Ribeiro, J. C. L. Design Aids for Unreinforced Web Openings in Steel and Composite Beams with W-Shapes, AISC Engineering Journal, Third Quarter 2006, pp.163-172, American Institute for Steel Construction. Chicago.
- 2 Darwin, D., Lucas, W. C. LFRD for Steel and Composite Beams with Web Openings. ASCE Journal of Structural Engineering, 1990, vol. 116, n. 6, pp. 1579-1593.
- 3 Darwin, D. Steel and composite with web openings. Steel Design Guide Series 2, Chicago: American Institute of Steel Construction; 1990.
- 4 Veríssimo, G. S; Ribeiro, J. C. L.; Flecha em vigas com aberturas na alma, Relatório Técnico, Viçosa: Universidade Federal de Viçosa - Departamento de Engenharia Civil; 2012.
- 5 Abaqus Theory Manual. Providence, United States: Simulia; 2012.
- 6 Gerdau. Perfis Estruturais Gerdau Informações Técnicas, São Paulo: Gerdau; 2012.