

Tema: Dimensionamento

O EFEITO DA DEFORMAÇÃO POR CORTANTE NAS CARGAS DE FLAMBAGEM DE PLACAS

Romildo Aparecido Soares Junior¹
Leandro Palermo Junior²

Resumo

O método dos elementos de contorno (MEC) é usado no presente trabalho para obter os parâmetros críticos de flambagem em placas com diversas condições de contorno. As placas analisadas são de geometria quadrada e submetidas à compressão unidirecional, bidirecional e à carga de cisalhamento puro, observando-se que a carga é uniformemente aplicada nas bordas da placa. Os valores para parâmetros de flambagem são obtidos para várias espessuras. O efeito da deformação por cortante é incluído no modelo de flexão de placas isotrópicas. Mostra-se que o efeito da deformação por cortante reduz o parâmetro de flambagem, relacionado à carga crítica, de acordo com o aumento de espessura. O intervalo de espessuras consideradas parte de relações da espessura pelo lado de 1/1000 até 1/5. Os resultados foram comparados com os disponíveis na literatura.

Palavras-chave: Flambagem de Placas, Efeito da Deformação por Cortante, Método dos Elementos de Contorno

THE EFFECT OF SHEAR DEFORMATION ON PLATES BUCKLING LOAD

Romildo Aparecido Soares Junior¹
Leandro Palermo Junior²

Abstract

The present study employs the boundary element method to obtain critical buckling parameters for plates with several boundary conditions. Square plates are compressed in one or both directions in the plane of plate as well as under pure shear. It must be noted the loading is uniform on plate edges. The critical buckling parameters are obtained for some values of plate thickness. The bending model for isotropic plates includes the effect of shear deformation. The results show the effect of shear deformation reduces the buckling parameter when the thickness is increased. The thickness range varies from 1/1000 until 1/5 for the thickness to plate side ratio. The results are compared with those available in the literature

Keywords: Plate Buckling, Effect of Shear Deformation, Boundary Element Method

¹ Engenheiro Civil, Mestre, Professor Contratado, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Poços de Caldas - MG, Brasil.

² Engenheiro Civil, Professor Titular, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Unicamp, Campinas - SP, Brasil.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho visa calcular as cargas críticas de placas finas e moderadamente espessas utilizando o método dos elementos de contorno. As placas calculadas levam em conta o efeito da deformação por cortante, como mostrado nas teorias de Reissner [15] e Mindlin [9]. A carga é aplicada no plano da placa e é uniformemente distribuída, podendo ser unidirecional, bidirecional ou tangencial (carga de cisalhamento). As placas calculadas têm geometria quadrada e as condições de contorno variam entre simplesmente apoiada, engastada ou livre. As soluções analíticas para o problema de instabilidade de placas quando considerada a teoria clássica são dadas por [17]. HOSSEINI-HASHEMI et al. [7] apresentou uma solução analítica para os problemas de instabilidade de placas espessas, quando considerada a teoria de Mindlin. Alguns autores também obtiveram as cargas críticas utilizando métodos numéricos, para a compressão uniforme MIZUSAWA [10] apresentou soluções para problemas de placas com diversas espessuras, utilizando o método das faixas finitas. As cargas críticas para placas solicitadas por cargas lineares são dadas por YOSHIZUKA e NARUOKA [21]. Para placas solicitadas por cargas somente de cisalhamento, as soluções analíticas podem ser encontradas em BERGMANN e REISSNER [1]. XIANG [20] apresentou soluções para placas de diversas espessuras, quando solicitadas por cargas biaxiais. Com relação ao método dos elementos de contorno GOSPODINOV e LJUTSKANOV [6], BEZINE et al. [2] analisaram o problema de instabilidade de placas utilizando-se a teoria de Kirchhoff. PURBOLAKSONO e ALIABADI [14] avaliaram problemas de instabilidade de placas utilizando-se a teoria de Mindlin. DOVAL et al. [5] apresentaram a análise de instabilidade de placas com uma formulação que incorpora a flexão clássica de placas e do estado plano de tensões, onde a tratamento com o MEC usou o método das funções de base radial para levar em conta o efeito da não linearidade geométricas. O método utilizado neste artigo é detalhado em SOARES JR. [16] e de forma resumida em PALERMO JR. e SOARES JR. [13].

2. MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 Teoria de placas que leva em conta o efeito da deformação por cortante

Na figura 1 observa-se uma placa simplesmente apoiada nos quatro lados, sendo solicitada por uma carga uniforme no plano, existem várias teorias que descrevem o comportamento deste elemento utilizado nas construções metálicas. Segundo TIMOSHENKO [18] a teoria clássica apresenta bons resultados para placas finas, mas para placas moderadamente espessas o efeito da deformação por cortante deve ser levado em conta, para que os esforços e deslocamentos resultantes fiquem mais próximos do comportamento real da estrutura.

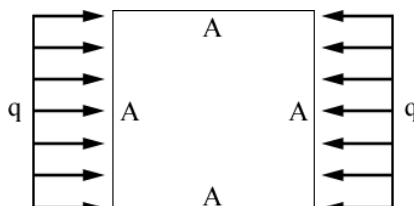


Figura 1 – Placa solicitada simplesmente apoiada

As teorias de REISSNER [15] e MINDLIN [9] levam em conta o efeito da deformação por cortante e por isso os resultados se aproximam mais com o problema de elasticidade em três dimensões. As primeiras aplicações do método dos elementos de contorno em placas de Reissner foram feitas por WEEËN [19], ele deduziu as soluções fundamentais e a equação integral de contorno, cuja equação integral de contorno é dada pela Equação (1):

$$C_{ij}u_i(x') = \int_{\Gamma} t_i(x)U_{ij}^*(x',x)d\Gamma - \int_{\Gamma} T_{ij}^*(x',x)u_i(x)d\Gamma + \int_{\Omega} q \left(U_{i3}^*(x',X) - \frac{\nu}{(1-\nu)\lambda^2} U_{i\alpha,\alpha}^*(x',X) \right) d\Omega \quad (1)$$

A Equação (1) é utilizada no método dos elementos de contorno para cálculo dos deslocamentos e forças de superfície em uma placa quando considerado o efeito da deformação por cortante. As soluções fundamentais de deslocamentos encontradas em WEEËN [19] ou SOARES JR. [16].

2.2 Integrais adicionais para o efeito da não linearidade geométrica

Para o tratamento do problema de instabilidade, é necessário obter-se uma equação integral de contorno incluindo o efeito da não linearidade geométrica. A dedução dessa equação e as condições naturais necessárias para a análise do problema, utilizando-se o cálculo variacional, foram apresentadas em SOARES JR. [16] e de forma resumida em PALERMO JR. e SOARES JR. [13]. A figura 2 mostra o comportamento esperado de um elemento de placa quando levado em conta o efeito da não linearidade geométrica.

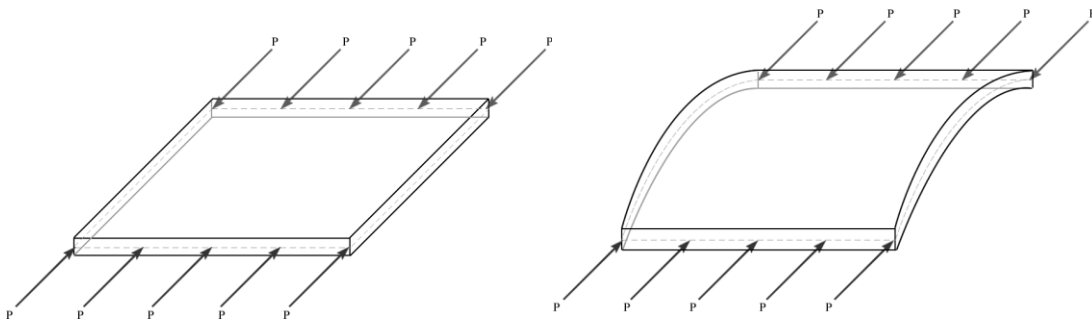


Figura 2 – O efeito da não linearidade geométrica

A equação integral de contorno para o problema de instabilidade de placas moderadamente espessas quando levado em consideração o efeito da não linearidade geométrica passa a ser dada pela Equação (2):

$$\frac{1}{2} C_{ij}u_i(x') + \int_{\Gamma} T_{ij}^*(x',x)u_i(x)d\Gamma - \int_{\Gamma} U_{ij}^*(x',x)t_j(x)d\Gamma = + \int_{\Gamma} n_{\alpha}(x)N_{\alpha\beta}(x)u_{3,\beta}(x)U_{i3}^*(x',x)d\Gamma - \sum_{k=1}^{N_{cel}} \int_{\Gamma_k} n_{\alpha}(x)N_{\alpha\beta}(x)u_{3,\beta}(x)U_{i3}^*(x',x)d\Gamma \quad (2)$$

A dedução da equação 2 pode ser encontrada no trabalho de PALERMO JR. e SOARES JR. [13]. A integração das soluções fundamentais é feita no contorno da placa. A contribuição da não linearidade geométrica é dada por células de domínio onde a integração é feita ao longo do contorno das células no domínio. Após a integração das soluções fundamentais, é necessário solucionar um problema de autovalor, onde as cargas críticas de flambagem são calculadas utilizando-se o quociente de Rayleigh, método numérico abordado com detalhes em PALERMO JR. [12], dado pela equação 3:

$$Ax^{(k+1)} = \lambda x^k$$

$$\lambda_k = \frac{(x^{(k+1)}, x^k)}{(x^{(k+1)}, x^{(k+1)})} \quad (3)$$

Um exemplo detalhado da discretização dos elementos de contorno e células de domínio é ilustrado na figura 3:

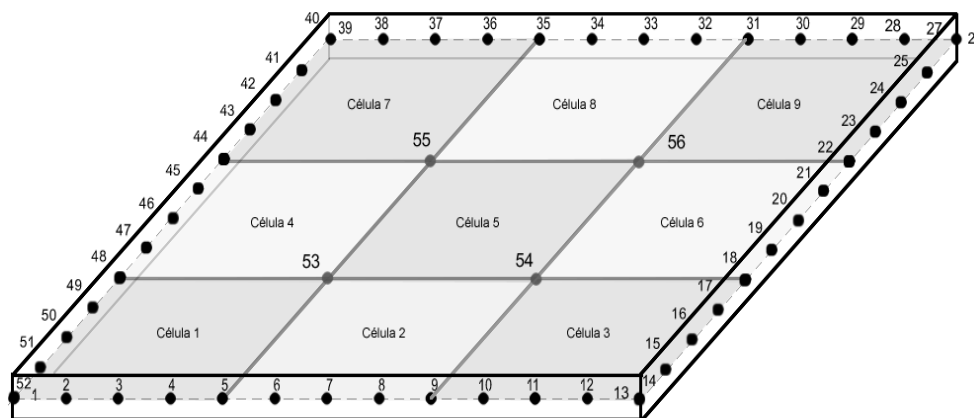


Figura 3 – Discretização utilizada

A descrição completa da parte numérica utilizada neste trabalho é dada em SOARES JR. [16].

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

São mostrados os resultados para o parâmetro crítico de flambagem dado pela Eq. (4):

$$k = L^2 \frac{N_{crit}}{\pi^2 D} \quad (4)$$

Onde:

k = Valor do parâmetro crítico de flambagem

L = Tamanho do lado da placa

D = Módulo de rigidez à flexão

N_{crit} = Carga crítica encontrada

* Contribuição tecnológica ao **Construmetal 2016** – Congresso Latino-americano da Construção Metálica – 20 a 22 de setembro de 2016, São Paulo, SP, Brasil.

As placas analisadas são quadradas com: $L = 0,5\text{m}$ de lado, o módulo de Young = $2,069 \cdot 10^{11}$ N/m², o coeficiente de Poisson = 0,3. São também avaliados diversos tamanhos de espessura h da placa, podendo ser muito fina até moderadamente espessa. A cada dois elementos quadráticos de contorno, será utilizada 1 célula de domínio. A malha utilizada é de 128 elementos de contorno e 256 células de domínio, podendo ser vista na figura 4:

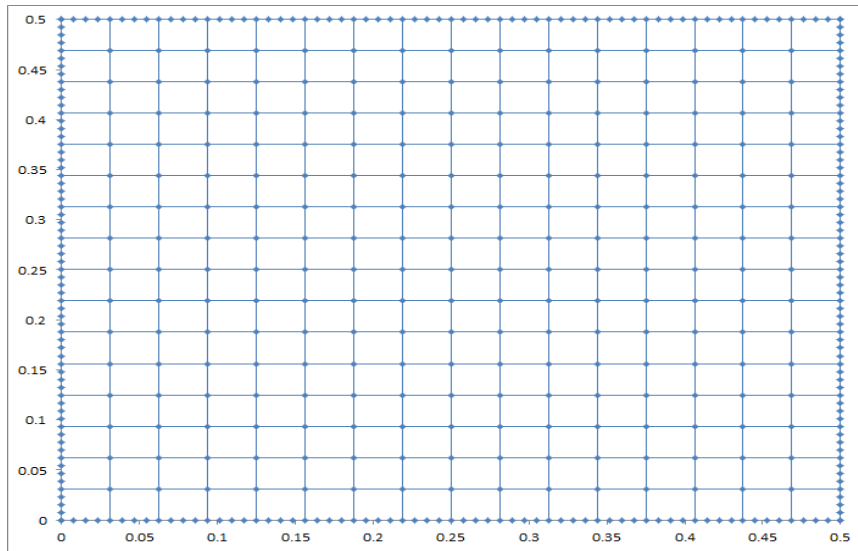


Figura 4 – Malha utilizada

Os tipos de vinculação utilizados são dados pela figura 5:

————— A - Simplesmente Apoiado

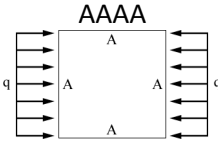
/////// E - Apoio Engastado

===== L - Apoio Livre

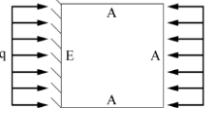
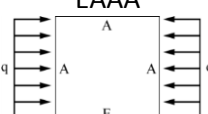
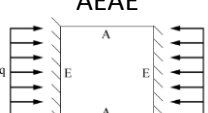
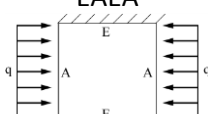
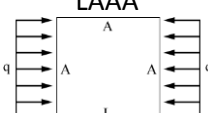
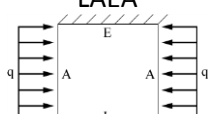
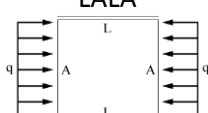
Figura 1 – Tipos de vinculação

3.1 Resultados para placa com carga constante unidirecional

A tabela 1 mostra os parâmetros críticos calculados para placas com carga unidirecional:

Condição de Contorno	h/L	Presente Trabalho	Solução Analítica [7]	MIZUSAWA [10]	Diferença (1) (%)	Diferença (2) (%)
	0,001	4,0128	4,0000	4,0000	0,3200	0,3200
	0,01	4,0105	-	3,9980	-	0,3127
	0,05	3,9561	3,9440	3,9280	0,3068	0,7154
	0,1	3,7953	3,7864	3,7290	0,2351	1,7780
	0,2	3,2643	3,2637	3,1190	0,0184	4,6585

* Contribuição tecnocientífica ao **Construmetal 2016** – Congresso Latino-americano da Construção Metálica – 20 a 22 de setembro de 2016, São Paulo, SP, Brasil.

Condição de Contorno	h/L	Presente Trabalho	Solução Analítica [7]	MIZUSAWA [10]	Diferença (1) (%)	Diferença (2) (%)
 <p>AAAE</p>	0,001	4,8707	4,8471	4,8470	0,4869	0,4890
	0,01	4,8665	-	4,8420	-	0,5060
	0,05	4,7681	4,7454	4,7170	0,4784	1,0833
	0,1	4,4858	4,4656	4,3720	0,4523	2,6029
	0,2	3,6250	3,6115	3,4180	0,3738	6,0562
 <p>EAAA</p>	0,001	5,7598	5,7401	5,7400	0,3432	0,3449
	0,01	5,7539	-	5,7330	-	0,3646
	0,05	5,6164	5,5977	5,5740	0,3341	0,7607
	0,1	5,2335	5,2171	5,1400	0,3144	1,8191
	0,2	4,1473	4,1364	3,8760	0,2635	6,9995
 <p>AEAE</p>	0,001	6,7967	6,7431	6,7430	0,7949	0,7964
	0,01	6,7875	-	6,7310	-	0,8394
	0,05	6,5742	6,5238	6,4620	0,7726	1,7363
	0,1	5,9910	5,9487	5,7650	0,7111	3,9202
	0,2	4,4260	4,4004	4,1090	0,5818	7,7148
 <p>EAEA</p>	0,001	7,7543	7,6911	7,6910	0,8217	0,8230
	0,01	7,7373	-	7,6710	-	0,8643
	0,05	7,3561	7,2989	7,2280	0,7837	1,7723
	0,1	6,4140	6,3698	6,1780	0,6939	3,8200
	0,2	4,3413	4,3204	4,0560	0,4838	7,0340
 <p>LAAA</p>	0,001	1,4038	1,4014	1,4020	0,1713	0,1284
	0,01	1,4029	-	1,4000	-	0,2071
	0,05	1,3850	1,3813	1,3780	0,2679	0,5080
	0,1	1,3442	1,3270	1,3270	1,2962	1,2962
	0,2	1,2168	1,2138	1,1730	0,2472	3,7340
 <p>LAEA</p>	0,001	1,6555	1,6522	1,6530	0,1997	0,1512
	0,01	1,6536	-	1,6500	-	0,2182
	0,05	1,6246	1,6197	1,6150	0,3025	0,5944
	0,1	1,5605	1,5558	1,5390	0,3021	1,3970
	0,2	1,3738	1,3701	1,3230	0,2701	3,8398
 <p>LALA</p>	0,001	0,9537	0,9523	0,9523	0,1470	0,1470
	0,01	0,9533	-	0,9516	-	0,1786
	0,05	0,9450	0,9432	0,9412	0,1908	0,4037
	0,1	0,9236	0,9222	0,9146	0,1518	0,9840
	0,2	0,8516	0,8512	0,8274	0,0470	2,9248

* Contribuição tecnocientífica ao **Construmetal 2016** – Congresso Latino-americano da Construção Metálica – 20 a 22 de setembro de 2016, São Paulo, SP, Brasil.

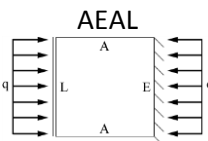
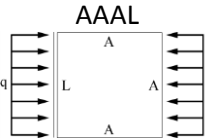
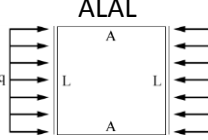
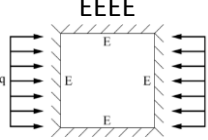
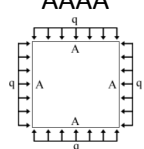
Condição de Contorno	h/L	Presente Trabalho	Solução Analítica [7]	MIZUSAWA [10]	Diferença (1) (%)	Diferença (2) (%)
	0,001	2,3952	2,3901	2,3920	0,2134	0,1338
	0,01	2,3788	-	2,3780	-	0,0336
	0,05	2,2747	2,2667	2,2600	0,3529	0,6504
	0,1	2,1090	2,1010	2,0780	0,3808	1,4918
	0,2	1,7274	1,7200	1,6660	0,4302	3,6855
	0,001	2,3690	2,3639	2,3660	0,2157	0,1268
	0,01	2,3530	-	2,3530	-	0,0000
	0,05	2,2520	2,2442	2,2370	0,3476	0,6705
	0,1	2,0908	2,0829	2,0600	0,3793	1,4951
	0,2	1,7178	1,7105	1,6570	0,4268	3,6693
	0,001	2,0456	2,0413	2,0430	0,2107	0,1273
	0,01	2,0308	-	2,0320	-	-0,0591
	0,05	1,9508	1,9457	1,9420	0,2621	0,4531
	0,1	1,8271	1,8216	1,8070	0,3019	1,1123
	0,2	1,5389	1,5333	1,4970	0,3652	2,7989
Condição de Contorno	h/L	Presente Trabalho	TIMOSHENKO [17]	DAWE et al. [4]	Diferença (1) (%)	Diferença (2) (%)
	0,001	10,1605	10,0700	-	0,8987	-
	0,01	10,1382	-	10,0630	-	0,7473
	0,05	9,6326	-	9,5150	-	1,2359
	0,1	8,3411	-	8,0840	-	3,1804
	0,2	5,3175	-	5,0200	-	5,9263

Tabela 1 – Parâmetro crítico de flambagem – Carga unidirecional

Os resultados para cargas unidirecionais mostraram que com o uso de 128 elementos de contorno e 256 células de domínio é possível obter um erro relativo menor que 0,5% para a solução analítica.

3.2 Resultados para placa com carga constante bidirecional

A tabela 2 mostra as cargas críticas calculadas para placas com carga bidirecional:

Condição de Contorno	h/L	Presente Trabalho	Solução Analítica [7]	Diferença (1) (%)
	0,001	2,0064	2,0000	0,3200
	0,005	2,0061	1,9997	0,3200
	0,05	1,9782	1,9718	0,3246
	0,1	1,8980	1,8919	0,3224
	0,15	1,7780	1,7722	0,3273

* Contribuição tecnocientífica ao **Construmetal 2016** – Congresso Latino-americano da Construção Metálica – 20 a 22 de setembro de 2016, São Paulo, SP, Brasil.

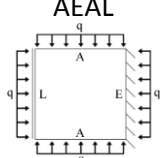
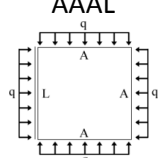
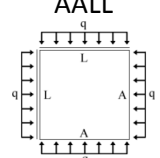
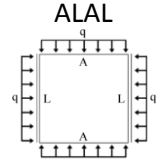
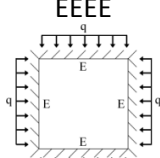
Condição de Contorno	h/L	Presente Trabalho	Solução Analítica [7]	Diferença (1) (%)		
 <p>AEAL</p>	0,001	1,1456	1,1431	0,2187		
	0,005	1,1451	1,1412	0,3417		
	0,05	1,1157	1,1119	0,3418		
	0,1	1,0674	1,0641	0,3101		
	0,15	1,0075	1,0049	0,2587		
 <p>AAAL</p>	0,001	1,0567	1,0548	0,1801		
	0,005	1,0566	1,0535	0,2943		
	0,05	1,0353	1,0322	0,3003		
	0,1	0,9981	0,9954	0,2712		
	0,15	0,9497	0,9476	0,2216		
 <p>AALL</p>	0,001	0,9284	0,9321	-0,3970		
	0,005	0,9270	0,9316	-0,4938		
	0,05	0,9032	0,9207	-1,9007		
	0,1	0,8672	0,8977	-3,3976		
	0,15	0,8235	0,8650	-4,7977		
Condição de Contorno	h/L	Presente Trabalho	LIEW et al. [8]	Diferença (1) (%)		
 <p>ALAL</p>	0,001	1,1937	-	-		
	0,005	1,1907	-	-		
	0,05	1,1492	1,1199	2,6163		
	0,1	1,0889	1,1010	-1,0990		
	0,15	1,0186	1,0660	-4,4465		
Condição de Contorno	h/L	Presente Trabalho	TIMOSHENKO [17]	DAWE et al. [4]	Diferença (1) (%)	Diferença (2) (%)
 <p>EEEE</p>	0,001	5,3483	5,3100	-	0,7213	-
	0,005	5,3460	-	5,2970	-	0,9251
	0,05	5,1254	-	-	-	-
	0,1	4,5741	-	4,5460	-	0,6181
	0,15	3,8992	-	-	-	-

Tabela 2 – Parâmetro crítico de flambagem – Carga bidirecional

Os resultados obtidos pelo presente trabalho para solicitação bidirecional tiveram boa aproximação com os resultados dados por HOSSEINI-HASHEMI et al. [7], pois estes autores utilizaram uma formulação analítica para obter as cargas críticas com o efeito da deformação por cortante.

3.3 Resultados para placa submetidas ao cisalhamento em suas bordas

A tabela 3 mostra as cargas críticas calculadas para placas com carga de cisalhamento puro:

* Contribuição tecnocientífica ao **Construmetal 2016** – Congresso Latino-americano da Construção Metálica – 20 a 22 de setembro de 2016, São Paulo, SP, Brasil.

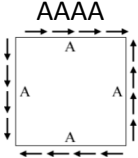
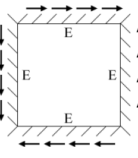
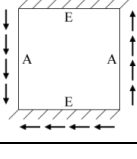
Condição de Contorno	h/L	Presente Trabalho	TIMOSHENKO [17]	BUI et al. [3]	Diferença (1) (%)	Diferença (2) (%)
	0,001	9,4260	9,3400	-	0,9208	-
	0,01	9,4083	-	9,3780	-	0,3231
	0,05	8,9979	-	-	-	-
	0,1	7,9201	-	-	-	-
	0,15	5,3269	-	-	-	-
	0,001	14,8702	14,7100	-	1,0891	-
	0,01	14,8109	-	14,6155	-	1,3369
	0,05	13,5493	-	-	-	-
	0,1	10,8454	-	-	-	-
	0,15	6,1663	-	-	-	-
	0,001	12,7360	12,5997	-	1,0818	-
	0,01	12,6947	-	12,5800	-	0,9118
	0,05	11,7923	-	-	-	-
	0,1	9,7344	-	-	-	-
	0,15	5,8443	-	-	-	-

Tabela 3 – Parâmetro crítico de flambagem – Cisalhamento puro

Os resultados também tiveram boa aproximação com os resultados obtidos por MIZUSAWA [10], mas com uma diferença maior do que quando comparado com a solução analítica de HOSEINI-HASHEMI et al. [7]. Isto é devido ao fato de que Mizusawa considerou termos adicionais para levar em conta o efeito da não linearidade geométrica. Por outro lado, ele também mostrou que o uso desses termos adicionais nem sempre reduzem a carga crítica para algumas condições de vinculação.

4. CONCLUSÃO

Quando calculado pelo método dos elementos de contorno, o problema de instabilidade placas mostra uma boa convergência utilizando-se de poucos elementos, com apenas 128 elementos de contorno e 256 células de domínio foi possível obter uma diferença com o resultado analítico de em média 0,5%, nos resultados para o parâmetro crítico de flambagem. Com esta quantidade de elementos, o esforço computacional foi baixo, utilizando em média 15% do CPU em um computador com processador Intel Core i3 2328M de 2.20GHz.

O esforço computacional se mostrou variável com relação às condições de contorno, se as bordas estão engastadas ou simplesmente apoiadas o esforço computacional foi menor do que com relação a utilização de bordas livres. As placas com $h/L = 0,001$ mostraram um esforço computacional muito maior do que com relação às outras espessuras revelando que o método de integração da transformação de Telles se mostrou sensível à esta configuração, onde foi necessário aumentar os pontos de Gauss para 22 para que a integração tivesse bons resultados. Caso não se queira utilizar muitos pontos de Gauss, é possível utilizar uma técnica de sub-elementos para realizar a integração.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a CAPES pela ajuda financeira no desenvolvimento deste trabalho e a todos que de uma forma ou de outra contribuíram para a conclusão desse trabalho.

REFERÊNCIAS

1. BERGMAN, S.; REISSNER, H. Über die Knickung von rechteckigen Platten bei Schubbeanspruchung. Z. Flugtech Motorluftschiffahrt, v. 23, p. 6, 1932.
2. BEZINE, G.; CIMETIERE, A.; GELBERT, J. P. Unilateral buckling of thin elastic plates by the boundary integral equation method. International journal for numerical methods in engineering, v. 21, n. 12, p. 2189-2199, 1985.
3. BUI, T. Q.; NGUYEN, M. N.; ZHANG, C. Buckling analysis of Reissner–Mindlin plates subjected to in-plane edge loads using a shear-locking-free and meshfree method. Engineering Analysis with Boundary Elements, v. 35, n. 9, p. 1038-1053, 2011.
4. DAWE, D. J.; ROUFAEIL, O. L. Buckling of rectangular Mindlin plates. Computers & Structures, v. 15, n. 4, p. 461-471, 1982.
5. DOVAL, P. C. M.; ALBUQUERQUE, E. L.; SOLLERO, P. Análise de estabilidade de estruturas usando o método dos elementos de contorno. Nono Simpósio de Mecânica Computacional, SIMMEC, 2010
6. GOSPODINOV, G.; LJUTSKANOV, D. The boundary element method applied to plates. Applied Mathematical Modelling, v. 6, n. 4, p. 237-244, 1982.
7. HOSSEINI-HASHEMI, S.; KHORSHIDI, K.; AMABILI, M. Exact solution for linear buckling of rectangular Mindlin plates. Journal of Sound and Vibration, v. 315, n. 1, p. 318-342, 2008.
8. LIEW K.M.; XIANG Y.; KITIPORNCHAI S., Analytical buckling solutions for mindlin plates involving free edges, International Journal of Mechanical Sciences, v. 38, n. 10, p. 1127-1138, 1996.
9. MINDLIN, 1951. Raymond D. Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates. 1951.
10. MIZUSAWA, T. Buckling of rectangular Mindlin plates with tapered thickness by the spline strip method, International Journal of Solids and Structures, v. 30, p. 1663–1677, 1993.
11. PALERMO JR., L. A análise de placas e o Método dos Elementos de contorno. Livro docência. Universidade Estadual de Campinas, 2000.
12. PALERMO JR., L. Esforços de Flexão e Flexo-Torção em Teoria de Segunda Ordem - Automatização de Cálculo. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade de São Paulo – Escola de engenharia de São Carlos, 1985.

* Contribuição tecnológica ao **Construmetal 2016** – Congresso Latino-americano da Construção Metálica – 20 a 22 de setembro de 2016, São Paulo, SP, Brasil.

13. PALERMO JR., L.; SOARES JR., R. A. On the boundary element formulation to compute critical loads considering the effect of shear deformation in the plate bending. *Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods XXXVIII*, v. 38, 2015.
14. PURBOLAKSONO, J.; ALIABADI, M. H. Buckling analysis of shear deformable plates by boundary element method. *International journal for numerical methods in engineering*, v. 62, n. 4, p. 537-563, 2005.
15. REISSNER, E., 1945. "The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates". *Journal of applied Mechanics*, v. 12, p. 69-77.
16. SOARES JR., R. A., 2015. Aplicação do método dos elementos de contorno na análise de instabilidade de placas perfuradas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Estadual de Campinas.
17. TIMOSHENKO, S.; GERE. J. *Theory of elastic stability*. McGraw-Hill New York 1961, v. 294, 1961.
18. TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY-KRIEGER, S., 1959. *Theory of plates and shells*. New York: McGraw-hill.
19. WEEËN, F. V., 1982. "Application of the boundary integral equation method to Reissner's plate model". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 18, n. 1, p. 1-10.
20. XIANG, Y. et al. Mindlin Plate Buckling with Prebuckling In-Plane Deformation. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 119, n. 1, p. 1-18, 1993.
21. YOSHIKAWA, J.; NARUOKA, M. Buckling coefficient of simply supported rectangular plates under combined bending and compressive stresses in two perpendicular directions. *Stahlbau*, v. 40, n. 7, p. 217-221, 1971.